Оглавление

[Основы теории множеств: 1](#_Toc155531942)

[Основы математической логики: 3](#_Toc155531943)

[Математическая комбинаторика 6](#_Toc155531944)

[Основы теории графов: 7](#_Toc155531945)

[Теория автоматов: 11](#_Toc155531946)

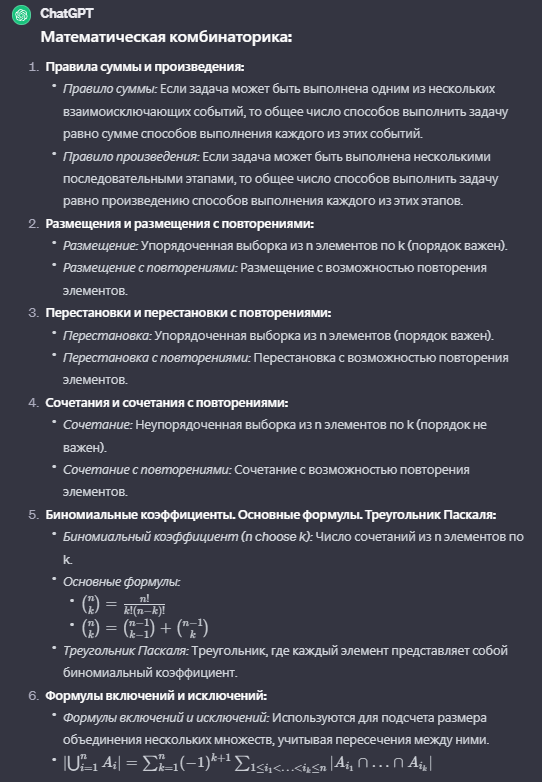
# Основы теории множеств:

1. **Способы задания множеств:**
   * *Перечисление:* Множество может быть задано перечислением его элементов. Например, множество целых чисел от 1 до 5: {1, 2, 3, 4, 5}.
   * *Логическое определение:* Можно описать множество через условие, которое определяет его элементы. Например, {x | x - четное число}.
2. **Операции над множествами и их свойства. Диаграммы Венна:**
   * *Объединение (A ∪ B):* Все элементы, принадлежащие хотя бы одному из множеств.
   * *Пересечение (A ∩ B):* Все элементы, принадлежащие одновременно обоим множествам.
   * *Разность (A \ B):* Все элементы, принадлежащие A, но не принадлежащие B.
   * *Дополнение (A'):* Все элементы, не принадлежащие множеству A.
   * *Симметрическая разность (A Δ B):* Все элементы, принадлежащие только одному из множеств.
   * *Свойства:* коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность.
3. **Декартово произведение множеств, булеан, мощность множества:**
   * *Декартово произведение (A × B):* Множество всех упорядоченных пар (a, b), где a принадлежит A, а b принадлежит B.
   * *Булеан (P(A)):* Множество всех подмножеств множества A.
   * *Мощность множества (|A|):* Количество элементов в множестве.
4. **Упорядоченные множества. Проекция множества:**
   * *Упорядоченное множество:* Множество, в котором определен порядок между элементами.
   * *Проекция множества:* Отображение множества на одно из его компонентов в упорядоченных парах.
5. **Соответствия, основные определения, способы задания:**
   * *Соответствие:* Отношение между элементами двух множеств такое, что каждому элементу первого множества поставлен в соответствие ровно один элемент второго.
   * *Функция:* Специальный вид соответствия, где каждому элементу первого множества соответствует ровно один элемент второго.
6. **Бинарные отношения и их свойства:**
   * *Бинарное отношение:* Соответствие между элементами двух множеств.
   * *Свойства:* Рефлексивность, симметричность, транзитивность.
7. **Способы задания бинарных отношений:**
   * *Таблица:* Представление бинарного отношения в виде таблицы.
   * *Граф:* Представление бинарного отношения в виде графа.
   * *Формула:* Математическое выражение, определяющее бинарное отношение.
8. **Операции над бинарными отношениями:**
   * *Объединение:* Результат включает пары из обоих исходных отношений.
   * *Пересечение:* Результат включает только те пары, которые принадлежат обоим исходным отношениям.
   * *Обратное отношение:* Меняет местами элементы в каждой паре бинарного отношения.

# Основы математической логики:

1. **Высказывания и операции над ними:**
   * *Высказывание:* Утверждение, которое может быть истинным или ложным.
   * *Операции:* Негация (отрицание), конъюнкция (логическое "и"), дизъюнкция (логическое "или"), импликация (логическое "если...то"), эквиваленция (логическое "равно").
2. **Формулы алгебры высказываний и порядок выполнения операций. Таблицы истинности:**
   * *Формулы:* Составлены из высказываний и логических операций.
   * *Порядок выполнения операций:* Сначала негации, затем конъюнкции и дизъюнкции, затем импликации и эквиваленции.
   * *Таблицы истинности:* Иллюстрируют значения высказывания при различных комбинациях истинности его составляющих.
3. **Равносильности логических формул:**
   * *Равносильные формулы:* Формулы, которые имеют одинаковые таблицы истинности.
4. **Булевы функции и способы их задания:**
   * *Булева функция:* Отображение из множества булевых значений {0, 1} в {0, 1}.
   * *Способы задания:* Таблица истинности, алгебраическое выражение.
5. **Дизъюнктивные формы представления логических функций. Приведение к ДНФ:**
   * *Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ):* Представление булевой функции в виде дизъюнкции конъюнкций литералов.
   * *Приведение к ДНФ:* Найдение конъюнкций литералов, равных единице.
6. **Совершенная нормальная дизъюнктивная форма (СНДФ) и ее свойства:**
   * *Совершенная НДФ:* ДНФ, в которой каждая строка таблицы истинности функции соответствует одной конъюнкции литералов.
7. **Конъюнктивные формы представления логических функций. Приведение к КНФ:**
   * *Конъюнктивная нормальная форма (КНФ):* Представление булевой функции в виде конъюнкции дизъюнкций литералов.
   * *Приведение к КНФ:* Найдение дизъюнкций литералов, равных нулю.
8. **Совершенная нормальная конъюнктивная форма (СНКФ) и ее свойства:**
   * *Совершенная НКФ:* КНФ, в которой каждая строка таблицы истинности функции соответствует одной дизъюнкции литералов.
9. **Базис представления логических функций (Функционально полная система):**
   * *Базис:* Минимальный набор логических операций, достаточный для представления любой булевой функции.
10. **Процедуры приведения ДНФ к КНФ и наоборот:**
    * Приведение ДНФ к КНФ и наоборот включает в себя законы алгебры высказываний.
11. **Геометрическое представление логических функций. Контактные схемы:**
    * *Контактная схема:* Графическое представление логической функции с использованием блоков и линий, представляющих логические операции.
12. **Принцип двойственности в булевой алгебре:**
    * *Принцип двойственности:* Меняя конъюнкции на дизъюнкции и нули на единицы, можно получить двойственное выражение булевой функции.
13. **Понятие предиката, n-местный предикат, равносильные предикаты:**
    * *Предикат:* Утверждение, зависящее от переменных, которые могут принимать значения истинности или ложности.
    * *n-местный предикат:* Предикат, зависящий от n переменных.
    * *Равносильные предикаты:* Предикаты, имеющие одинаковые значения для всех комбинаций значений переменных.
14. **Кванторы, понятие операции навешивания квантора:**
    * *Кванторы:* Символы, обозначающие "существует" (∃) и "для любого" (∀).
    * *Операция навешивания квантора:* Добавление квантора к высказыванию.
15. **Формулы логики предикатов; атомарная, литеральная формулы:**
    * *Формулы логики предикатов:* Содержат переменные, кванторы и предикаты.
    * *Атомарная формула:* Формула без кванторов, представляющая собой простое высказывание.
    * *Литерал:* Атомарная формула или её отрицание.
16. **Основные равносильности, содержащие кванторы:**
    * *Равносильности с кванторами:* Отношения между формулами, утверждающими одно и то же с использованием кванторов.
17. **Предваренная нормальная форма:**
    * *Предваренная нормальная форма (ПНФ):* Представление формулы логики предикатов в виде конъюнкции дизъюнктивных клозов.

# Математическая комбинаторика



# Основы теории графов:

1. **Графы, основные понятия и определения:**
   * *Граф:* Математическая структура, представляющая собой множество вершин и множество рёбер, соединяющих эти вершины.
   * *Ориентированный граф (орграф):* Граф, в котором рёбра направлены.
   * *Взвешенный граф:* Граф, в котором каждому ребру присвоено числовое значение (вес).
   * *Петля:* Ребро, соединяющее вершину с самой собой.
   * *Простой граф:* Граф, в котором нет кратных рёбер и петель.
2. **Матричные способы представления неориентированных графов:**
   * *Матрица смежности:* Квадратная матрица, где элемент (i, j) равен 1, если вершины i и j соединены ребром, и 0 в противном случае.
   * *Матрица инцидентности:* Матрица, в которой строки представляют вершины, а столбцы рёбра, и элемент (i, j) равен -1, если вершина i инцидентен ребру j, 1 - если начальная, и 0 - если не инцидентен.
3. **Матричные способы представления орграфов:**
   * *Матрица смежности орграфа:* Элемент (i, j) равен 1, если есть направленное ребро из вершины i в вершину j, и 0 в противном случае.
   * *Матрица инцидентности орграфа:* Как в неориентированных графах, но -1, если вершина i является начальной, 1 - если конечной, и 0 - если не инцидентен.
4. **Векторные способы представления графов:**
   * *Вектор смежности:* Для каждой вершины i список вершин, с которыми она соединена.
   * *Вектор инцидентности:* Для каждой вершины i список рёбер, инцидентных ей.
5. **Изоморфизм графов:**
   * *Изоморфизм графов:* Два графа, которые структурно эквивалентны, т.е., могут быть совмещены без изменения отношений вершин и рёбер.
6. **Частичные графы. Подграфы:**
   * *Частичный граф:* Граф, в котором некоторые из вершин или рёбер могут быть отсутствовать.
   * *Подграф:* Граф, вершины и рёбра которого являются подмножеством исходного графа.
7. **Маршруты, цепи, циклы в графах:**
   * *Маршрут:* Последовательность вершин, соединенных рёбрами.
   * *Цепь:* Маршрут, в котором все рёбра различны.
   * *Цикл:* Замкнутая цепь, в которой только начальная и конечная вершины совпадают.
8. **Связность графа. Цикломатическое число:**
   * *Связный граф:* Граф, в котором есть маршрут между любой парой вершин.
   * *Цикломатическое число:* Равно числу компонент связности в графе (вершины минус рёбра плюс два).
9. **Плоские и планарные графы. Свойства планарных графов. Раскраска графа:**
   * *Плоский граф:* Граф, который можно изобразить на плоскости без пересечения рёбер.
   * *Планарный граф:* Граф, который является плоским.
   * *Формула Эйлера:* *V*−*E*+*F*=2, где V - количество вершин, E - рёбер, F - граней.
   * *Раскраска графа:* Присвоение каждой вершине цвета так, чтобы соседние вершины имели разные цвета.
10. **Операции над вершинами и ребрами графа:**
    * *Удаление вершины:* Удаление вершины и всех инцидентных ей рёбер.
    * *Добавление вершины:* Добавление новой вершины и рёбер, соединяющих её с существующими вершинами.
    * *Удаление ребра:* Удаление ребра из графа.
    * *Добавление ребра:* Добавление нового ребра между двумя вершинами.
11. **Объединение графов, графический и матричный способы:**
    * *Объединение графов:* Объединение вершин и рёбер двух графов.
    * *Графический способ:* Рисование графа, соединяя вершины и рёбра объединяемых графов.
    * *Матричный способ:* Сложение матриц смежности или инцидентности.
12. **Пересечение графов, графический и матричный способы:**
    * *Пересечение графов:* Пересечение вершин и рёбер двух графов.
    * *Графический способ:* Рисование графа, соединяя только общие вершины и рёбра.
    * *Матричный способ:* Умножение матриц смежности или инцидентности.
13. **Дополнение графа; графический и матричный способы:**
    * *Дополнение графа:* Граф, в котором каждое отсутствующее ребро в оригинальном графе заменено ребром.
    * *Графический способ:* Рисование графа с отсутствующими в оригинале рёбрами.
    * *Матричный способ:* Замена 0 на 1 и наоборот в матрице смежности.
14. **Композиция орграфов, матричный и векторный способы:**
    * *Композиция орграфов:* Объединение орграфов, в котором рёбра между вершинами составляются из путей в исходных орграфах.
    * *Матричный способ:* Умножение матриц смежности.
    * *Векторный способ:* Использование векторов смежности.
15. **Деревья, основные понятия, определения и теоремы:**
    * *Дерево:* Связный граф без циклов.
    * *Остовное дерево:* Дерево, включающее все вершины исходного графа.
    * *Лист:* Вершина степени 1.
    * *Корень:* Вершина, не имеющая входящих рёбер.
    * *Теорема Кэли:* Количество остовных деревьев в полном графе на n вершинах равно n^(n-2).
16. **Остовное дерево минимального веса и способы его построения:**
    * *Остовное дерево минимального веса:* Дерево, вес рёбер которого минимальный среди всех возможных остовных деревьев.
    * *Алгоритм Прима и Крускала:* Два алгоритма для построения остовных деревьев минимального веса.
17. **Обходы вершин графа: поиск в ширину и поиск в глубину:**
    * *Поиск в ширину:* Посещение всех соседей текущей вершины перед переходом к следующей уровню.
    * *Поиск в глубину:* Посещение вершины и её всех соседей, прежде чем переходить к следующей вершине.
18. **Задача о кратчайшем пути в орграфе. Алгоритм Форда:**
    * *Задача о кратчайшем пути:* Найти кратчайший путь между двумя вершинами в орграфе.
    * *Алгоритм Форда:* Алгоритм для поиска кратчайших путей в орграфе, даже с отрицательными весами.
19. **Отношение порядка между вершинами орграфа:**
    * *Отношение порядка:* Строгий частичный порядок между вершинами в орграфе.
20. **Задача о пути максимальной длины в орграфе:**
    * *Задача о пути максимальной длины:* Найти максимально длинный путь в орграфе.
21. **Сетевое планирование. Задача о скорейшем пути завершения проекта:**
    * *Сетевое планирование:* Метод планирования, использующий граф для моделирования и управления проектами.
    * *Задача о скорейшем пути завершения проекта:* Найти критический путь, который определяет минимальное время завершения проекта.

# Теория автоматов:

1. **Конечные автоматы, их реализация и применение:**
   * *Конечный автомат (КА):* Абстрактная модель вычислительного устройства, которое принимает некоторую последовательность входных символов и, в соответствии с правилами переходов, переходит из одного состояния в другое.
   * *Реализация:* Может быть реализован в виде аппаратных (цифровых схем) или программных (алгоритмы) устройств.
   * *Применение:* Используются для описания и управления поведением систем, автоматического управления, распознавания языков, компиляторов и многих других областей.
2. **Классификация абстрактных автоматов:**
   * *Абстрактные автоматы:* Включают конечные автоматы и более сложные формы автоматов, например, автоматы с бесконечными состояниями.
   * *Классификация:*
     + Конечные автоматы.
     + Детерминированные и недетерминированные автоматы.
     + Переключаемые автоматы.
     + Контекстно-свободные грамматики.
     + Преобразующие автоматы.
3. **Автоматное программирование. Графы переходов:**
   * *Автоматное программирование:* Использование автоматов в программировании, например, для обработки входных данных в виде последовательности символов.
   * *Графы переходов:* Графическое представление автомата, где вершины представляют состояния, а рёбра - переходы между состояниями.
4. **Теоретико-множественное определение автомата. Инициальные, синхронные и асинхронные автоматы:**
   * *Теоретико-множественное определение:* Автомат рассматривается как набор множеств, включая множество состояний, множество входных символов и т.д.
   * *Инициальные автоматы:* Автомат с выделенным начальным состоянием.
   * *Синхронные автоматы:* Входные сигналы обрабатываются одновременно, в одинаковые моменты времени.
   * *Асинхронные автоматы:* Обработка входных сигналов происходит в произвольные моменты времени.
5. **Автоматы Мили и Мура:**
   * *Автомат Мили:* Выходные символы привязаны к состояниям, изменение состояний происходит при поступлении входного символа.
   * *Автомат Мура:* Выходные символы привязаны к переходам между состояниями.
6. **Табличная форма задания автоматов:**
   * *Табличная форма:* Таблица, в которой перечислены состояния, входные символы, выходные символы и правила переходов.
7. **Графовая форма задания автоматов:**
   * *Графовая форма:* Граф, где вершины представляют состояния, рёбра - переходы, а метки на рёбрах - входные и выходные символы.
8. **Матричная форма задания автоматов:**
   * *Матричная форма:* Матрицы, представляющие отношения переходов и выходов между состояниями и символами.
9. **Понятие частичного автомата. Реакция автомата:**
   * *Частичный автомат:* Автомат, в котором не определены все возможные входы.
   * *Реакция автомата:* Ответ автомата на определенный вход.
10. **Переход от автомата Мили к эквивалентному автомату Мура:**
    * *Процесс:* Добавление новых состояний для представления выходных символов.
11. **Переход от автомата Мура к эквивалентному автомату Мили:**
    * *Процесс:* Переработка выходных символов в состояниях автомата.
12. **Минимизация автоматов:**
    * *Минимизация:* Процесс уменьшения числа состояний и переходов в автомате, сохраняя его функциональность.
13. **Распознающие автоматы:**
    * *Распознающий автомат:* Автомат, используемый для определения, принадлежит ли последовательность символов к какому-то языку или классу строк.